埼玉学園大学・川口短期大学　機関リポジトリ

A study of arithmetic teaching materials which bring out various solutions

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2017-07-26 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 中込, 雄治 メールアドレス: 所属:
URL	https://saigaku.repo.nii.ac.jp/records/597

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.

多様な解法を引き出す算数教材の研究
― 算数教材に対する学生のとらえ方をめぐって ―

A study of arithmetic teaching materials which bring out various solutions

中　込　雄　治
NAKAKOMI, Yuji

Ⅰ　はじめに

以前高校生を対象に数学の学習に関するアンケート調査を行ったところ、多くの高校生が「解法は1通りあればよく、それを暗記することが数学の学習である」ととらえている様子がうかがえた(1)。現在多くの大学生が持つ数学に対する学習観もこの延長線上にあると言える。しかし本来数学の学習とは、既習の知識を新たに体系化して再構成していくような創造的な活動である。そこでまず学生には、解法は暗記するものではなく、既習事項を関連付けて自分なりにつくり出すものととらえさせたい。特に小学校教師を目指す学生に対しては、こうした学習観への転換を期待したいと考える。

本研究では、学生がこうした学習観に立脚できるようにするための方途として、「多様な解法を引き出す算数教材」を授業（教職基礎演習Ⅰ(小学校)）で取り上げ、多様な解法を引き出す数学的手法を具体的に示し、そうした手法を活用する活動に着目させることを試みた。授業に対する学生の感想の分析から、こうした授業が学生の数学に対する従来の学習観を払拭するのに有効に作用すること、更に子どもの発想を引き出し伸ばすという立場で教育にかかわろうとする姿勢の育成にも効果的であることをなどを明らかにした。

Ⅱ　多様な解法を引き出す数学的手法

数学(算数)教育での多様な解法に関する研究は、これまで多様な考え方に関する研究の一部として行われてきた(古藤(1986)(1990)、相馬(1992))。そこでは多様な解法を引き出すこと自体の重要性は強調されてきたが、その多様な解法をどうやって引き出すかという引き出す方法についての研究は十分になされて来なかった。そこを飛ばして、すでに結果として児童･生徒から出されたいくつかの解法について、それらをどのように分類したりまとめたりするかという点が研究の中心となっており、またそうした分類やまとめの活動によって、子ども同士が刺激を受けあう様子に目が向けられていたと言える。

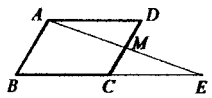
本研究では、「教職基礎演習Ⅰ(小学校)」の授業において「台形の面積の求め方」を「多様な解法を引き出す算数教材」として取り上げ、この算数教材を通してどのようにして多様な解法を引き出すかというその方法について言及するとともに、こうした授業が小学校

キーワード：算数教材，多様な解法，台形の面積
Key words ：Arithmetic Teaching Materials, Various Solutions, Area of a Trapezoid

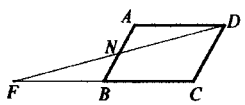
教師を目指す学生にどのような意義を持つかを学生の感想文の分析から明らかにしていく。「台形の面積の求め方」に関しては、井上(1979)、野口(1982)、木村(1987)、中村(1994)において取り上げられているが、そこで示された求積方法はそれぞれ８通り、９通り、18通り、５通りであった。本研究では（一般の場合の解法を含めて）54通りの求め方を挙げている。

本研究で取り上げている多様な解法を引き出す数学的手法とは、「対の関係」や「特殊と一般の関係」に着目する方法である。ここで「対の関係」とは、上と下、右と左、内と外、プラスとマイナス、のような関係のことを指している。例えば「平行四辺形を三角形に等積変形する」という課題に対して、［方法01］のように平行四辺形ABCDの右側の辺DCの中点Mを通る線分AEを辺とする△ABEと、［方法02］のように左側の辺ABの中点Nを通る線分DFを辺とする△DFCを考えることができる。このようなとき［方法01］と［方法02］を「対の関係」にあると言う。

[方法01]

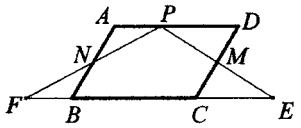


[方法02]



また「特殊と一般の関係」における一般の解法とは、「任意の」というニュアンスを含んだ解法のことを指している。例えば上記の課題において［方法03］のように辺AD上に任意の点Pをとり、辺DC,ABの中点M, Nと結んで△PFEをつくるとすると、この点Pを頂点Aまで移動させた場合が［方法01］であり、頂点Dまで移動させた場合が［方法02］であるととらえることができ、［方法01］［方法02］は［方法03］の特殊な場合、逆に［方法03］は［方法01］［方法02］を一般化した場合と考えられる。このようなとき［方法01］［方法02］と［方法03］を「特殊と一般の関係」にあると言う。

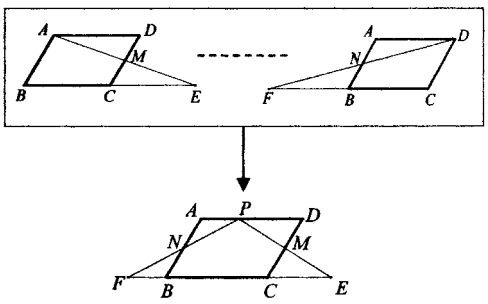
[方法03]



一般化を考えていくときの方法はいろいろあるが、条件を緩めるというのもその１つの方法である。例えば「２点A, Mを通る直線」に対して「１点Mを通る直線」は条件を緩めた直線となる。他にも長方形に対して平行四辺形は条件を緩めた図形とみなすことができる。

授業では、実際に「対の関係」や「特殊と一般の関係」を多様な解法を引き出す数学的手法として活用する活動に着目させ、多様な解法の存在を確認させるとともに、多様な解法を関連付けた関連図を示すことにより解法間の構造的な関係を把握させた。関連図では、「対の関係」を点線で、「特殊と一般の関係」を矢印で表しており、例えば前述の［方法01］［方法02］［方法03］の関連図は次のように示すことができる。

［関連図01］

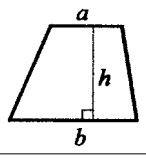


また「対の関係」「特殊と一般の関係」に着目させる方法の他に、「式を読む」方法にも触れておいた。本稿では「式を読む」方法に最後で触れたが、はじめにこの方法でいくつかの解法を見出しておき、それらをもとに上記の数学的手法（「対の関係」「特殊と一般の関係」）を活用して、さらに多様な解法を引き出していくという展開も考えられる.

Ⅲ　台形の面積を求める方法

授業（教職基礎演習Ⅰ(小学校)、対象：1年生、受講者30名、2010年6月23日実施）では、「台形の面積の求め方」に関する次のような課題を取り上げた。

【課題】台形の面積をいろいろな方法で求めなさい。



このとき三角形と平行四辺形の面積の求め方を既知としたので、解法を考える上での方針としては、三角形や平行四辺形に分割したり変形したりする方法が考えられる。ここでは、

・三角形に分割する方法
・三角形と平行四辺形に分割する方法
・倍積変形する方法
・等積変形する方法

などに注目しながら、「対の関係」「特殊と一般の関係」に着目して多様な解法を見出していく。解法間の関連図もその都度示す。また児童は補助線を引こうとするとき、「頂点」や「中点」に注目し、「対角線」や「垂線」や「平行線」を引こうとする。解法を考えるにあたっては、こうしたことにも留意した。

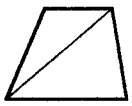
(1)　三角形に分割する方法

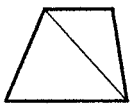
まず対角線を引いて三角形に分割する方法を考えてみる。［方法1］では台形を右上がりの対角線で2つの三角形に分割している。式は、

$$\frac{1}{2}ah+\frac{1}{2}bh=\frac{1}{2}(a+b)h$$

となる。ここで「対の関係」に着目すれば、右下がりの対角線で2つの三角形に分割した［方法2］の解法を見出すことができる。式は［方法1］と同様である。（［方法1］と［方法2］は構造的には同じものととらえることができる児童もいる。実際に指導するときは個々の子どものレベルに合わせることが大切である。）

［方法1］　［方法2］



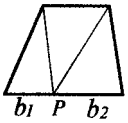


このとき分割する三角形の個数に着目すれば、3個に分割する場合や更に4個や5個に分割する場合などが考えられる。［方法3］は下底に任意の点Pをとって台形を3分割した解法であり、式は、

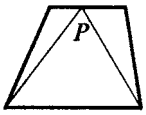
$$\frac{1}{2}ah+\frac{1}{2}b_1h+\frac{1}{2}b_2h=\frac{1}{2}(a+(b_1+b_2))h$$
$$=\frac{1}{2}(a+b)h$$

となる。これと「対の関係」から［方法4］が見出される。［方法5］は下底に任意のP_1、P_2をとり台形を4分割した解法であり、［方法6］は上底下底に任意の点P_1、P_2、P_3をとり台形を5分割した解法である。（［方法4］以下の式は略す。）

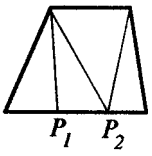
［方法3］



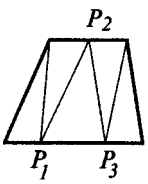
［方法4］



［方法5］



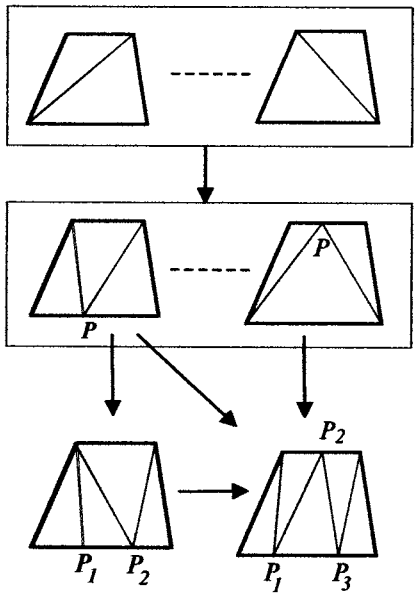
［方法6］



ここで［方法3］［方法4］において点Pを台形の頂点まで移動させたものが［方法1］［方法2］であるととらえると、［方法1］［方法2］は［方法3］［方法4］の特殊な場合と考えられ、ここに「特殊と一般の関係」を見出すことができる。同様に［方法5］において点P_1、P_2が重なった場合や［方法6］において点P_1、P_3が重なり点P_2が頂点に重なった場合が［方法3］ととらえると、［方法3］は［方法5］［方法6］の特殊な場合とも考えられ、ここにも「特殊と一般の関係」を見出すことができる。また［方法6］において点P_1、P_3を下底の両端の頂点に重ねた場合が［方法4］ととらえると、［方法4］は［方法6］の特殊な場合とも考えられ、［方法6］の点P_2を左側の頂点に重ねた場合が［方法5］ととらえると、［方法5］も［方法6］の特殊な場合と考えられ、これらにも「特殊と一般の関係」を見出すことができる。

［方法1］～［方法6］の解法の関連図は次のように示すことができる。

［関連図1］



(2) 三角形と平行四辺形に分割する方法

次に頂点を通り辺に平行な補助線を引いて平行四辺形と三角形に分割する方法を考えてみる。［方法7］では上底の右端の頂点から補助線を引いて台形を平行四辺形と三角形に分割している。ここで「対の関係」に着目すると上底の左端の頂点から補助線を引いた「方法8」のような解法が見出される。

［方法7］



［方法8］



続いて上底の両端の頂点から下底に垂線を下ろし長方形と２つの三角形に分割する方法を考えてみる。［方法9］がそれである。ここで［方法9］は台形の面積を長方形と２つの三角形の面積の和で表していることに注目して「対の関係」に着目すると、［方法10］のような台形の面積を長方形と２つの三角形の面

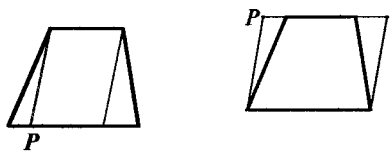
積の差として表す解法を見出すことができる。

［方法9］　［方法10］



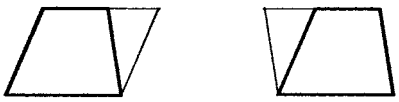
［方法9］では上底の両端から下底に垂線を下ろして台形を長方形と三角形に分割した。このとき長方形は平行四辺形の特殊な場合（平行四辺形は長方形の上位概念）であることに着目して、［方法9］の長方形の部分を平行四辺形にして一般化できないか考えてみる。すると［方法11］のような下底にとった任意の点Pと上底の頂点を結んだ線分を平行四辺形の一辺とする解法を見出すことができる。このとき［方法9］と［方法11］は「特殊と一般の関係」にあると言える。更に［方法10］でも同様に長方形の部分を平行四辺形にして一般化を図ってみると、［方法12］のような解法を見出すことができる。［方法10］と［方法12］も「特殊と一般の関係」にある。［方法11］と［方法12］の関係も、［方法9］と［方法10］の関係と同様に「対の関係」にあると言える。したがって［方法12］は［方法11］に対する「対の関係」から見出すこともできる。

［方法11］　［方法12］



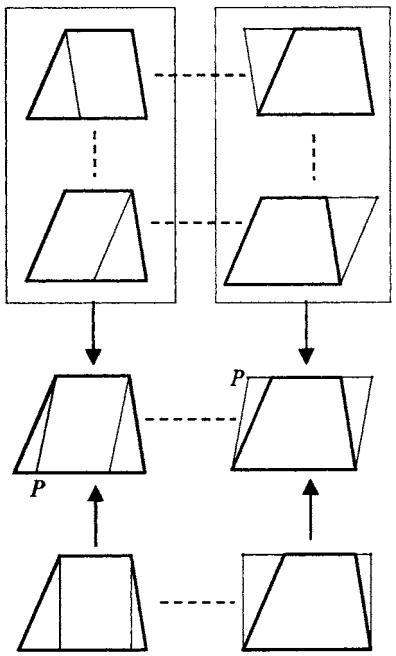
［方法11］において点Pを移動させて平行四辺形の辺が台形の辺と重なった場合が［方法7］［方法8］ととらえることができるので、［方法7］［方法8］と［方法11］の間にも「特殊と一般の関係」を見出すことができる。同様に［方法12］においても点Pを移動させて平行四辺形の辺が台形の辺と重なった場合を考えみると、［方法13］や［方法14］の解法を見出すことができる。［方法13］［方法14］と［方法12］も「特殊と一般の関係」にあり、ここでは一般の解法［方法12］から特殊な解法［方法13］［方法14］を見出した形になっている。［方法13］と［方法14］は「対の関係」でもある。

［方法13］　［方法14］



このとき［方法7］と［方法13］、［方法8］と［方法14］も「対の関係」にあることなどに留意すると、［方法7］～［方法14］の解法の関連図は次のように示すことができる。

［関連図2］

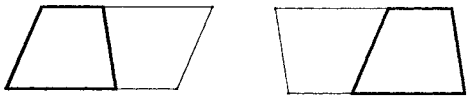


(3) 倍積変形の方法

［方法15］は台形を２つ合わせて平行四辺形にするという倍積変形の方法である。「対

の関係」に着目すると［方法16］が見出される。

［方法15］　［方法16］



ここで長方形への倍積変形を考えてみる。例えば上底の頂点から下底に垂線を下ろし、分割された部分を合わせることを考えると、［方法17］のような長方形への倍積変形を見出すことができる。［方法18］は［方法17］と「対の関係」にある解法として見出すことができる。

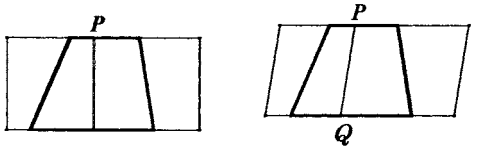
［方法17］　［方法18］



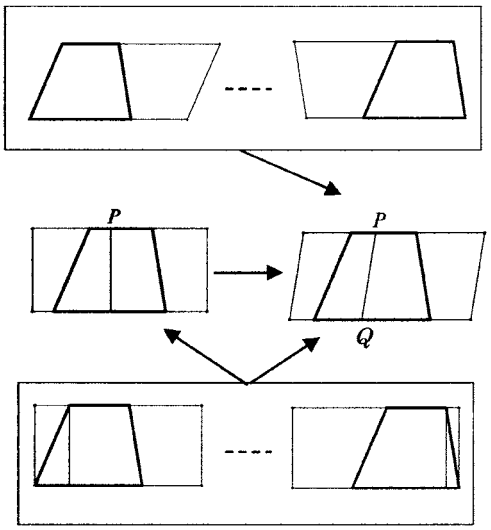
ここでこの［方法17］を特殊な場合ととらえてその一般化を図ってみる。［方法17］の補助線は頂点を通り下底に垂直に引いている。この条件を緩めて、下底に垂直な任意の直線を補助線として考えてみる。すると上底にとった任意の点Pから下底に垂線を下ろした［方法19］のような解法を見出すことができる。このとき［方法17］［方法18］は［方法19］の特殊な場合であり、［方法17］［方法18］と［方法19］は「特殊と一般の関係」にあると言える。［方法19］での条件を更に緩めて、つまり下底に垂直であるという条件を除くと、点Pを通る任意の直線を補助線と考える［方法20］のような解法を見出すことができる。［方法19］は［方法20］の特殊な場合と考えられるので、［方法19］と［方法20］は「特殊と一般の関係」にあると言える。

［方法20］では任意の直線（ここでは線分PQ）による分割によって平行四辺形への倍積変形を行っているので、この線分PQが台形の辺と重なった場合が［方法15］［方法16］であるととらえることができる。したがって［方法15］［方法16］は［方法20］の特殊な場合ととらえることができ、［方法15］［方法16］と［方法20］も「特殊と一般の関係」にあると言える。こうしたことに留意すると、これらの関連図は次のようになる。

［方法19］　［方法20］



［関連図3］



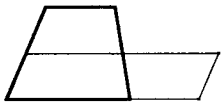
(4) 等積変形の方法その1

［方法21］は台形の高さが半分のところで分割し、上半分の台形をうつして、元の台形と等積の平行四辺形をつくっている。「対の関係」に着目すると［方法22］が見出される。

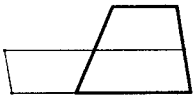
ここでも倍積変形のときと同様に考えると、［方法23］のように頂点からの垂線をもとに長方形に等積変形する解法を見出すことがで

きる。［方法24］は［方法23］と「対の関係」にある解法である。

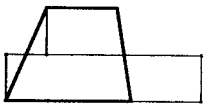
［方法21］



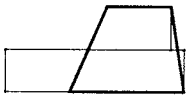
［方法22］



［方法23］

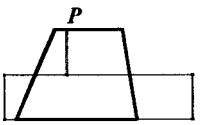


［方法24］

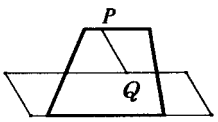


ここでも［方法23］を特殊な場合ととらえてその一般化を図ってみると、倍積変形のときと同様に考えて、［方法25］のような解法を見出すことができる。ここで［方法23］［方法24］は［方法25］の特殊な場合であり、これらは「特殊と一般の関係」にあると言える。さらに［方法25］の解法を一般化して［方法26］のような解法を見出すことができる。

［方法25］

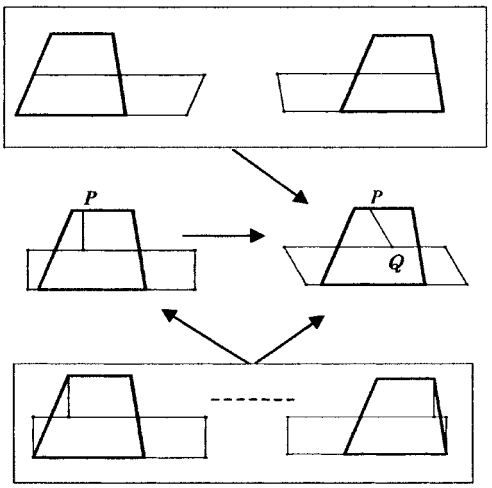


［方法26］



［方法26］では任意の直線（ここでは線分PQ）による分割によって平行四辺形への等積変形を可能にしているので、この線分PQが台形の辺と重なった場合が［方法21］［方法22］であるととらえることができる。したがって［方法21］［方法22］は［方法26］の特殊な場合ととらえることができ、［方法21］［方法22］と［方法26］は「特殊と一般の関係」にあると言える。こうしたことに留意すると、これらの関連図は次のようになる。（また「対の関係」から上側に平行四辺形をつくる解法も考えられるが略す。）

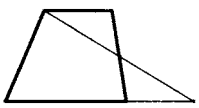
［関連図4］



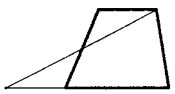
(5) 等積変形の方法その２

ここでは三角形への等積変形を考えてみる。［方法27］の補助線は台形の頂点と辺の中点を通っており、三角形に等積変形することによって台形の面積を求めようとする解法である。［方法27］に対する「対の関係」から［方法28］を見出すことができる。

［方法27］

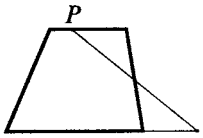


［方法28］

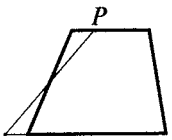


［方法27］［方法28］の補助線は頂点と辺の中点を通っているので、ここで条件を緩めて辺の中点だけを通る直線を考えてみる。つまり［図1］［図2］のように上底にとった任意の点Pと辺の中心を結んだ直線を引いてみる。すると上下にできる三角形の面積は等しいことから［方法29］のように上底にとった任意の点Pと2辺の中点とを結んだ解法を見出すことができる。また［方法29］に対する「対の関係」から［方法30］を見出すことができる。

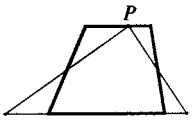
[図1]



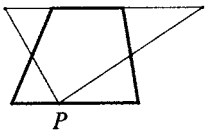
[図2]



[方法29]

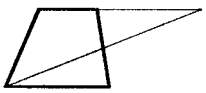


[方法30]

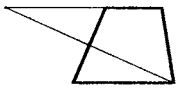


［方法29］において点Pが頂点に重なった場合が［方法27］［方法28］ととらえると、［方法27］［方法28］は［方法29］の特殊な場合と考えることができ、これらの解法は「特殊と一般の関係」にあると言える。また［方法30］の特殊な場合として［方法31］［方法32］を見出すことができる。

[方法31]



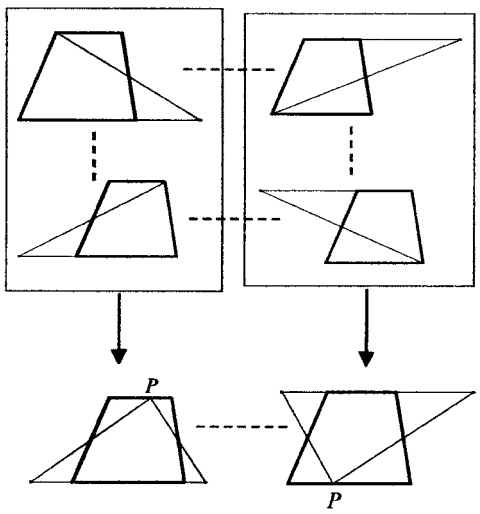
[方法32]



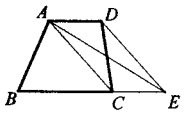
このとき［方法31］と［方法32］、［方法27］と［方法31］、［方法28］と［方法32］は「対の関係」にあると言える。こうしたことに留意すると、これらの解法の関連図は［関連図5］のように示すことができる。

［方法33］のように頂点Dを通り対角線に平行な直線を引くと△ACDと△ACEの面積は等しくなるので、△ABEは台形を等積変形した三角形であると言える。この三角形は［方法27］で作った三角形と同じものになるが、［方法27］では台形の中点を通るように補助線を引いており、［方法33］では台形の頂点Aと点Eを結んで補助線を引いている。補助線を引く考え方が異なるので、これらは別の解法ととらえる。ここでも［方法27］から多様な解法を見出したのと同様の考え方により、［方法33］から［方法34］～［方法38］の解法を見出すことができる。

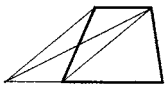
[関連図5]



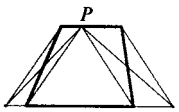
[方法33]



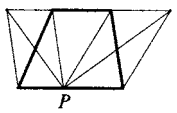
[方法34]



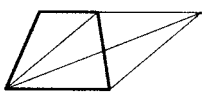
[方法35]



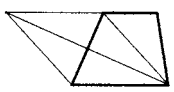
[方法36]



[方法37]

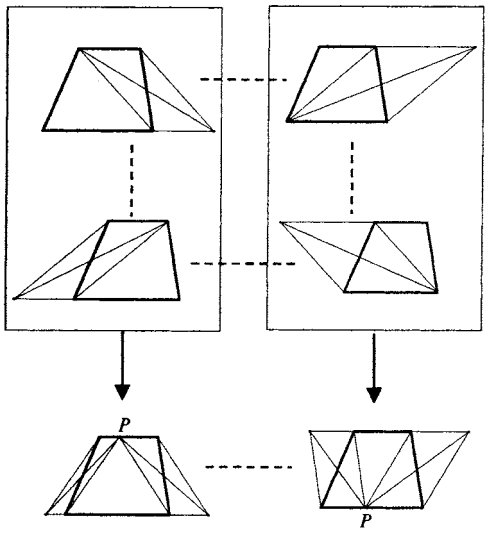


[方法38]



またこれらの解法の関連図は次のように示すことができる。

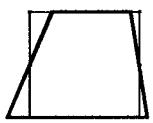
[関連図6]



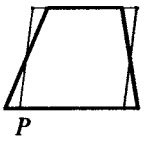
(6) 等積変形の方法その3

［方法39］は台形の2辺の中点を通り下底に垂直となる平行線を利用して長方形に等積変形した方法である。ここで下底に垂直であるという条件をはずして、台形の2辺の中点を通る任意の平行線をもとに平行四辺形に等積変形したのが［方法40］である。［方法40］は［方法39］を一般化した解法である。

[方法39]



[方法40]



この［方法40］で任意の点Pを左右に移動させることにより、［方法41］と［方法42］のような特殊な解法を見出すことができる。

[方法41]

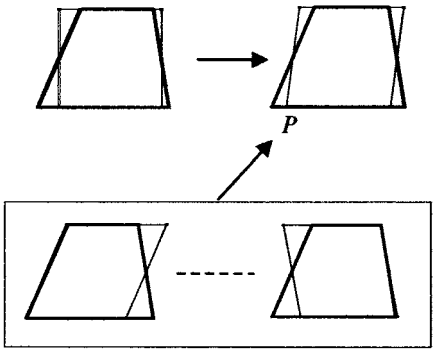


[方法42]



したがってこれらの関連図は次のように示すことができる。

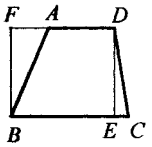
[関連図7]



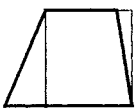
(7) その他の解法その1

他にも例えば長方形と三角形を利用する方法としては、［方法43］のような解法が考えられる。（長方形FBEDの面積から△ABFの面積を引き更に△DECの面積を加えて台形の面積を求めている。）［方法44］は［方法43］に対する「対の関係」から引き出される解法である。

[方法43]

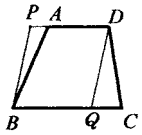


[方法44]

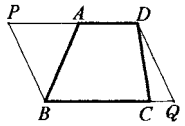


ここでこの［方法43］の一般化を考えてみる。長方形の上位概念は平行四辺形なので、平行四辺形をつくることを考えると、［方法45］のような解法を見出すことができる。［方法45］は上底の延長線上にとった任意の点Pと頂点Bを結んだ線分を一辺とする平行四辺形をつくっている。更にこのつくられた平行四辺形の頂点Qが下底BC内にある場合に対する「対の関係」から頂点Qが下底BC外にある［方法46］のような解法を見出すことができる。

［方法45］

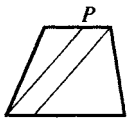


［方法46］



更に［方法45］［方法46］では点Pを上底ADの外にとったが、これに対する「対の関係」に着目すると、点Pを上底AD内にとった［方法47］のような解法を見出すことができる。前出の［方法1］は［方法47］の特殊な場合ととらえることができる。また前出の［方法7］も［方法45］［方法47］の特殊な場合、［方法14］も［方法45］［方法46］の特殊な場合としてとらえることができる。

［方法47］



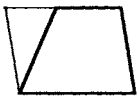
［方法1］



［方法7］



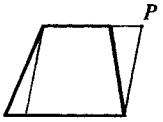
［方法14］



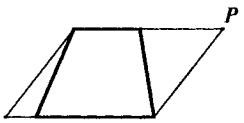
［方法44］に対してもその一般化について同様に考えることができ、［方法48］［方法49］［方法50］を見出すことができる。前出［方法2］は［方法50］の特殊な場合、［方法8］は［方法48］［方法50］の特殊な場合、［方法13］は［方法48］［方法49］の特殊な場合としてとらえることができる。

また、［方法45］と［方法48］、［方法46］と［方法49］、［方法47］と［方法50］が「対の関係」になっていることなどに留意すると、これらの解法を［関連図8］のような関連図で示すことができる。

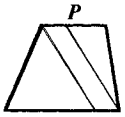
［方法48］



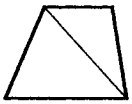
［方法49］



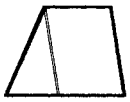
［方法50］



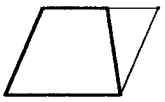
［方法2］



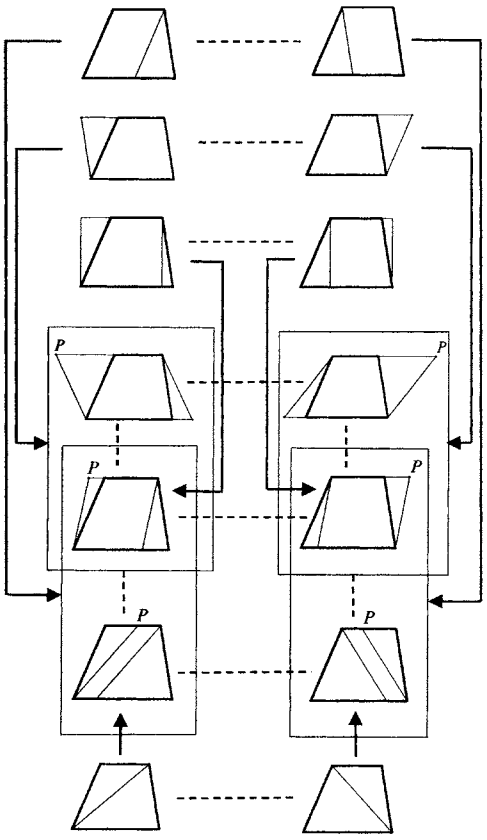
［方法8］



［方法13］



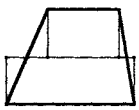
［関連図8］



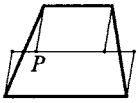
(8) その他の解法その2

［方法51］は頂点からの垂線をもとにして2つの長方形の面積の和として台形の面積を求めている。［方法51］の長方形を平行四辺形にして一般化した解法が［方法52］である。［方法52］において任意の点Pの位置を移動させると［方法53］［方法54］という特殊な場合の解法を見出すことができる。［方法53］と［方法54］は「対の関係」にある。

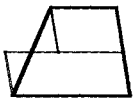
［方法51］



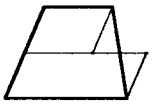
［方法52］



［方法53］

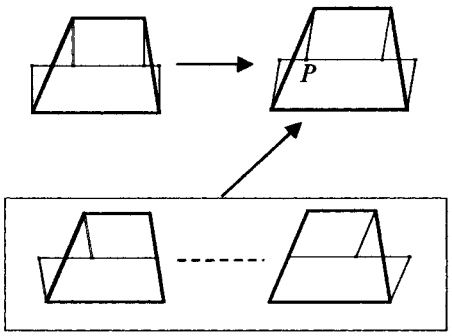


［方法54］



これらの関連図は次のように示すことができる。

［関連図9］



なお、台形の面積の求め方において示した［関連図1］～［関連図9］は、最終頁にまとめて一覧できる図（［台形の面積 解法の関連図］）として添付しておいた.

(9) 式を読む方法

台形の面積は次の式で求めることができる。

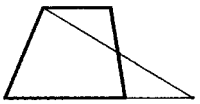
$$\frac{1}{2}(a+b)h \quad ①$$

この式の読み取り方を変えることより、多様な解法を見出すことができる。例えば①において、$(a+b)$とhは平行四辺形の底辺の長さと高さを表していると読めば［方法15］を見出すことができる。また$(a+b)$とhを三角形の底辺の長さと高さを表していると読めば［方法27］を見出すことができる。

［方法15］



［方法27］



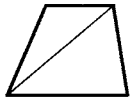
この①は次のように変形することもできる。

$$\frac{1}{2}ah+\frac{1}{2}bh \quad ② \qquad (a+b)\frac{h}{2} \quad ③$$

$$\frac{(a+b)}{2}h \quad ④$$

ここで②を2つの三角形の面積和を表わしている式と読めば［方法1］を見出すことができ、③の$(a+b)$と$\frac{h}{2}$を平行四辺形の底辺の長さと高さと読めば［方法21］を見出すことができる。また④の$\frac{(a+b)}{2}$を長方形または平行四辺形の底辺の長さと読めば［方法39］［方法40］を見出すこともできる.

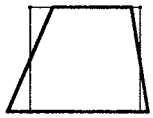
[方法1]



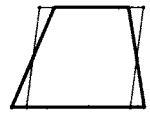
[方法21]



[方法39]



[方法40]



Ⅳ　学生の感想

以下に、授業後に学生が書いた「授業の感想」の一部（A〜O）を示した。下線部に注目すると、多様な解法を引き出す数学的手法を活用する活動に対して面白いと思ったり興味・関心を持ったりしている（A, B, D, F, I, J, N）こと、こうした活動を取り込んだ算数教材で算数が楽しくなり子どもの発想力や考える力が伸びるととらえている(A, C, D, H, J, K, M）ことがうかがえる。また更に子どもの発想の芽を摘むことなく伸ばしていこうという立場で算数教育にかかわろうとする姿勢の育成（B, D, G, H, J, L, M, O）もうかがえた。

A．今までは固定された考えを習っていたので思いつかなかった求め方でとても興味が持てる内容でした。様々な求め方を知っておけば、その問題を解く鍵になると思うので、すごく良いと思います。それと一つの事（決められた、習った式）にとらわれないで「自分で解いた」という気持ちになれるので、算数が楽しくなると思いました。

B．私は台形の面積を何通りも考える問題をやった覚えがないです。今日この指導法を聞いて自分にとって新しい事で「対の関係」や「特殊と一般の関係」は一つ一つに関心を持ちました。子どもは大人よりも発想がすごいので、それを伸ばすためにも、教員は知っておくべきだと思った。

C．かなり頭が混乱して、対の関係はまだしも、特殊と一般の関係を考えるのは難しかった。だけど、自分が思いつかなかった解法がわかると面白かったし楽しかった。一つ一つの解法を関連づけて、しっかり理解したい。子どもにとっては、多様な解法を考えることで応用問題にも強くなることが期待できると思う。

D．公式などにとらわれず、いろいろな視点で見ることができる。新しい発想が生まれ、数学の能力が上がると思う。子どもの発想をつぶすことが少なくなる。子ども特有の独特な発想を否定することなく、逆にその考えを生かす事ができると思う。それができれば、数学の発想力が伸びて良いと思う。

E．いい経験であり、いろいろな手法を学ぶことによって、その時に一番合った解法を教えられるようになると思う。

F．ある程度数学の知識を身につけた今なら「対の関係」及び「特殊と一般の関係」について理解することは可能。公式にさえ当てはめればいいという考えだった自分でも答えにたどり着くまでの過程をおもしろく感じた。

G．自分自身が色々な考え方を何通りも考えていないと子どもに教える時に子どもの発想をつぶしてしまうかもしれないということがわかった。

H．子どもに教えられる範囲が広くなり、自分も深く理解できる。発想力や考える能力を伸ばすことができる。また算数が苦手な子どもも楽しく学べる。

I．数えられない程の解法がでてきて驚いた。自分にとって教え方の幅が広がることは良いことだと思った。

J．今回初めていろいろな手法を知って、おもしろいなと思いました。自分では思いつかないような手法があって、学ぶ楽しさというのを身を持って実感したような気がしました。こういう風にいろいろな手法を子ども達に考えさせ、出し合うことで、新しい解き方や自分にとって一番わかりやすいやり方を見つけることで、自ら学ぶという意欲を促進させられるのではないだろうか。

K．一つの解法だけでなくいくつもある解法を考えようとすることで考える力や発想力がつく。

L．少し難しいが子どもの考え方が理解できないときがあるかもしれないので、これくらい頭をやわらかくして考えたいと思った。

M．子供にとって良い。正解が一つだけではないし、子供の発想力が広がり、どんな解法が他にあるかなど考えることで楽しんで学ぶことができるようにできるから。

N．似ている方法が多く出たとしても考え方を変えている点はいいと思う。ものの考え方について自分のやりやすいやり方を自分で見つけることでより理解は深まると考えます。

O．子どもの伸びる芽をつぶしてしまわないように、たくさんの方法や考え方を知っていなければならないので、大変だと思うが知っておく必要があると思う。

Ⅴ　まとめ

「対の関係」や「特殊と一般の関係」に着目して解法を関連付けながら新たな解法を見出していくという数学的手法は、多様な解法を引き出す上で大変有効であるということを「台形の面積の求め方」という算数教材を通して明らかにした。多様な解法を引き出す数学的手法を活用する活動は、「解法は１つでそれを暗記する」という活動とは対極をなしており、「既習事項を関連付けて自分なりに解法をつくり出そう」という姿勢を培うことにつながるものと考えられる。この「多様な解法を引き出す算数教材」を扱った授業に対する学生の感想から、多様な解法を引き出す数学的手法を活用する活動を面白いと感じ興味・関心を示したり、こうした活動を取り込んだ算数教材が算数を楽しくし子どもの発想力や考える力を伸ばすととらえたりしている様子をうかがうことができ、こうした授業が学生の持つ従来の数学の学習観の払拭につながることが確認できた。また更に授業の感想から、子どもの発想を引き出し伸ばすという立場で学生が教育にかかわろうとする様子もうかがえ、こうした姿勢の育成も期待できることが確認できた。

こうした成果を踏まえて、今後も「多様な解法を引き出す算数教材」を扱った授業を通して、教師を目指す学生の資質向上を図っていきたいと考えている。

なお、この多様な解法を引き出す数学的手法に関しては、数学者黒木伸明氏（上越教育大学名誉教授）から多くの示唆をいただいた。

［注］

(1) 筆者は高校1年生を対象に次のアンケート調査を行った。（対象：東京都公立高等学校1年生74人、2002年11月実施）

> 数学の学習に関する次の質問に対して、該当する方に○をつけよ.
> ①解法は1通りあれば十分である　　YES　NO
> ②教科書などの例題の解法を暗記し、それを用いて問題を解くようにしている　　YES　NO

①に対して「YES」とこたえた生徒が84％（74人中62人）いた。また②に対して「YES」とこたえた生徒も93％（74人中69人）いた。このことから、高校生の多くが「解法は1通りあればよく、それを暗記することが数学の学習である」ととらえている様子がうかがえた。

［参考文献］

古藤怜、1986年、学校数学における多様性とその指導、上越教育大学数学教室数学教育研究第１号、pp.1－9

古藤怜･新潟算数教育研究会、1990年、算数科多様な考えの生かし方まとめ方、東洋館出版社、pp.7－40

相馬一彦、1992年、多様な見方や考え方と指導法、数学教育学会誌、第74巻第９号、pp.2－10

井上敬介、1979年、自ら考え正しく判断でき児童の育成をめざす算数科学習指導の研究、日本数学教育学会誌、第61巻第２号、pp.15－22

野口哲郎他、1982年、主体的学習を追求した指導―５年の求積指導を通して―、日本数学教育学会誌、第64巻第12号、pp.17－20

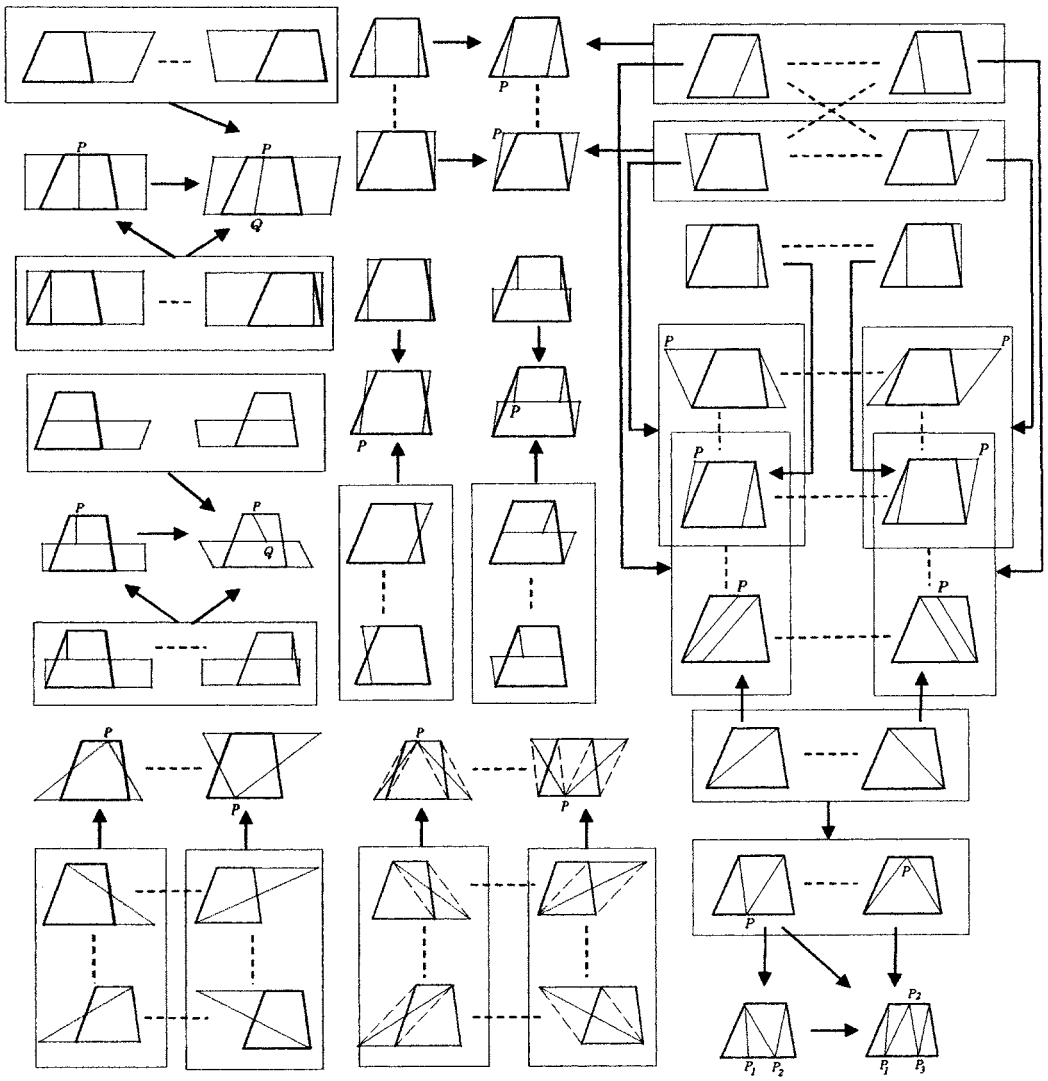
木村洋子他、1987年、一般化の考え方を育てる指導、日本数学教育学会誌、第69巻第2号、pp.22－27

中村亨史、1994年、相互作用を活性化し台形の面積公式を導く、中学校数学科教育実践講座第13巻個を生かす学習指導、日本文教社、pp.6－13

中込雄治･諏訪田文男･黒木伸明、2004年、数学的性質の関連付けについて―平行線の作図を例に―、数学教育学会誌、Vol.44 No.1･2 pp.73－82

中込雄治･黒木伸明、2003年、多様な考えを引き出し特殊と一般の構造を見いだす幾何教材の開発、数学教育学会誌、Vol.43 No.3･4 pp.27－35

［台形の面積　解法の関連図］



（点線は「対の関係」，矢印は「特殊と一般の関係」を示している．）