

Software Economics Process Model and Cost

メタデータ	言語: jpn 出版者: 公開日: 2016-09-12 キーワード (Ja): キーワード (En): 作成者: 永嶋, 浩 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="https://saigaku.repo.nii.ac.jp/records/448">https://saigaku.repo.nii.ac.jp/records/448</a>

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 International License.



# ソフトウェア経済学

## — プロセスモデルとコスト —

Software Economics  
Process Model and Cost

永 嶋 浩  
NAGASHIMA, Hiroshi

### 1. はじめに

ソフトウェア経済学 (Software Economics) とはソフトウェアの世界で明確に定着している用語ではないが、1960年代頃から取り扱われてきたコストの絡む内容の総称になる。この用語はベーム (Barry Boehm) <sup>1)</sup> が自らの論文に用い、情報経済学の流れを汲み、プロダクト、プロセス、プログラム、ポリシーなど経済的な面でソフトウェア設計、ソフトウェア工学の改善を探求する分野に使われてきている。

コストはモノ作りにおいては見積りに使われるし、IT投資の指標にもなり、成果物の代価に関係してくる。このため実際のソフトウェアプロジェクトにおけるプログラムの複雑度は、ある程度作り手側で把握しておく必要があり、プログラム開発の工数やリリース時期の目安に用いられメトリックス (Metrics) いわば測度として使われている。一方、経済分野にはエコノメトリックス (Econometrics) として観測データを統計的方法を用いて経済理論モデルを検証したり分析したりする分野がある。このことによりモノ

ノ作りの分野にも何らかの経済理論モデルを適用してコスト管理を行わせようとするところが目指せることになる。本論でイメージしているソフトウェア経済学は、その中のプロセスモデルとコストの関係を例として取り扱うことにする。今回、プロセスモデルとコストの関係をランチェスター法則 (Lanchester's law) から導き、さらに経済的に数量化で把握するプロジェクトのコストを考えることにする。コストに関しては正味現在価値 (NPV: Net Present Value)、伊藤のレンマ (Ito's Lemma) を使いプロセスモデルとコストの関係を明らかにする。

### 2. ソフトウェア経済学の位置づけ

モノ作りで重要になるのは品質、コスト、納期 (QCD) の三要素になる。このQCDは互いに密接に絡んでおり、納期遅れはコスト増あるいは利益減につながり、コストは成果物の対価として品質を保証するものであり、品質が悪ければ信頼を失い以後の商談が成立しないことにもなりかねないものになる。とりわけコストの把握は、作り手の利益に絡むものであり見積りの精度に関わってくる。従来

---

キーワード：プロセスモデル、ランチェスター法則、NPV、リアルオプション  
Key words：process model, lanchester's law, net present value, real option

のソフトウェア工学における見積り技術はファンクションポイントやCOCOMOの活用を考えればよいものであったが、今日における開発では複雑に絡む経営面、経済面、コスト面をカバーするもう少し統一的な視点が求められ、理論として扱えるようなものにならないものだろうかという期待もある。つまり経営には経営理論が、経済には経済理論がそれぞれあるように少なくともソフトウェア開発のコストにも何とか理論というものの位置づけが求められる。

ソフトウェア経済学とは既にベームが自らの論文の中で使っており、コストに関わる見積りやプロジェクト管理に対し経済理論を応用して理論展開を試みる分野と定義できる。つまりシステム開発には規模の大小はあるもののそのプロジェクトに従事するメンバーに対する人材管理やプロジェクトそのもののプロジェクト管理や見積り手法、分析、設計、実装、テスト、運用・保守の各工程をどのような開発手順で行うかを定めるプロセスモデル、経済理論モデルの形で扱われる経済理論、プロジェクトに絡むコスト管理に使うデータ、数量的再現性の追求に用いる統計学や数学の理論などが複雑に絡む体系で構成されるものになる。つまりソフトウェア経済学を支援する学術分野にはソフトウェア工学を中心に経済学、統計学、心理学、経営学、組織学、数学などが関与する。ソフトウェア経済学の適用領域の中には物流から製品開発、製造、販売、サービスなど一連のビジネスシステムの中におけるとりわけ製品開発の価値のポジショニング、ビジネスの価値を測定するROIやNPV、統計学の計量的手法、心理面を考慮した開発投資の判断、さらにリアルオプション等の活用も含まれる。

本論ではとりわけプロセスモデルとコストの関係論を論じる。プロセスモデルは技術の変遷とともに多くのモデルが提唱されてきている。50年代では芸術的職人的プログラミングの風潮、60年代前半ではコンパイラを使うもののプログラム規模の大型化という困難を生み、60年代後半～70年代前半では開発費高騰を対策するためにソフトウェア工学の出現、ウォーターフォールモデルと呼ばれるソフトウェアライフサイクルの提案、70年代後半～80年代ではソフトウェアライフサイクルの本格的運用、CASE導入、90年代ではオブジェクト指向モデリング、XPの登場、2000年代ではアジャイルプロセスの普及などになる。ここではウォーターフォールモデルとアジャイルプロセスを取り上げてプロジェクトの進捗度を比較する。まずウォーターフォールモデルとアジャイルプロセスの特徴を示しておく。ウォーターフォールモデルでは各工程間の引き継ぎをドキュメント引き渡しで行い、手戻りしないように心掛ける必要がある。このモデルは滝の水が流れ落ちるように工程を進めて行くが下流工程、特にテスト工程に全工程コストの約40%が費やされる傾向があり、コスト管理・スケジュール管理の面でコスト増や納期遅れの状況をもたらす要因になっている。アジャイルプロセスではその中からXPを取り上げる。XPではまず開発の作業分担計画を定めて顧客要求には俊敏に対応することが求められる。そこにはXP特有のテストファーストのコード作成、小さなリリース、顧客も開発メンバーの一員と考えるオンサイト顧客、リファクタリングなどが実践される。常に前倒しで物事が進められて行くことが要求され、バグの洗い出し、リリースを早めに行うことを信条にした反復型で組み立てられている。

このことから進捗度を考えるとウォータフォールモデルの方がアジャイルプロセスに比べて遅れる傾向が推察できる。

### 3. ランチェスター法則の適用

QCDに影響を及ぼすプロジェクト上の深刻な問題にバグの存在がある。バグ修復に関してもウォータフォールモデルの方がアジャイルプロセスに比べて修復度合いの劣る傾向がある。バグは成果物においては潜在バグという欠陥を引き起こしたり、開発途中ではバグ発見、バグ修復に伴う非情な時間を費やしたりする。このバグはソフトウェアの世界では不確定な要素であり、開発につきまとう存在になる。このため作り手側は各工程において程度の差はあるが常にバグとの闘いになると捉えることもできる。このような視点で考えると作り手側とバグとの関係を戦闘モデルとして系統的に扱えるのではないかと仮定する。

時々刻々変化する戦闘を微分方程式の形で表した戦闘モデル式のアイデアにランチェスター法則というものがある。ランチェスター法則はランチェスター (F.W.Lanchester) が戦闘を数学的モデル<sup>2)</sup>にした法則であり、戦闘結果の予測を可能にしているものである。数学的モデルに用いられる戦闘モデルは、正規軍対正規軍、正規軍対ゲリラ軍、ゲリラ軍対ゲリラ軍の闘いに分けられる。ここでソフトウェアの開発が行われるプロジェクトが組まれているものとする。このときソフトウェア開発分野のみならず開発工程には予期しないことがよく発生する。よく考えられたプロセスモデルを採用していても開発が思わぬ状況に陥り、時にはバグ取りに専念することがよくある。このような状況を戦闘モデルに当

てはめてみるわけである。作り手側は正規軍の立ち位置を占め、バグ側はゲリラ軍で対応するものとする。当初バグ側は作り手側にとって見えない状況での戦闘形態になる。つまりこの種の戦闘は正規軍対ゲリラ軍の構図とみなすことができる。ゲリラ軍を  $x$ 、正規軍を  $y$  としたとき戦闘モデルは式 (1) で表せる。但し、 $t$  は戦闘開始日からの経過日数、 $c$  と  $d$  は敵軍の戦闘効率係数、 $f(t)$  と  $g(t)$  はそれぞれゲリラ軍や正規軍の補強率を示すものとする。

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -cxy + f(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -dx + g(t)\end{aligned}\quad (1)$$

戦闘損害率に相当するバグの洗い出し、バグ取りは作り手の能力に比例する。作り手の能力が高く、人員も多ければ戦闘犠牲者に相当する多くのバグ除去をすることが可能になる。式では  $-cxy$  で表せる。これら正規軍対ゲリラ軍の戦闘はウォータフォールモデルに適用する。一方ゲリラ軍対ゲリラ軍の戦闘は式 (2) で表せアジャイルプロセスに適用する。

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -cxy + f(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -dxy + g(t)\end{aligned}\quad (2)$$

式 (1) は非線形な連立微分方程式であり、その扱いを簡単にするために次のように取り扱う。補強率を  $f(t) = 0$ 、 $g(t) = G$  とおき一定として考え式 (3) から式 (4) を得る。さらに式 (4) を単純化するために  $x = 1$  とおいてから式 (5) を解くことにする ( $C$ 、 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$  は積分定数)。

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -cxy \\ \frac{dy}{dt} &= -dx + G \end{aligned} \quad (3)$$

$$\log x + \frac{1}{G} \frac{dy}{dt} + \frac{c}{2G} y^2 = \frac{C}{2G} + 1 = C_1 \quad (4)$$

$$\frac{dy}{dt} + \frac{c}{2} y^2 = GC_1 \quad (5)$$

式(6)、式(7)はそれぞれ正規軍とゲリラ軍の解になる。それは戦闘開始からt日目の正規軍とゲリラ軍の兵力を表す式になる。これらの式でウォーターフォールモデルを用いた開発がどのように進展して行くかの視点で照らし合わせて考えて行くと、モノ作りの進捗率の表現に相当して扱うことができる。正規軍は作り手であり、ゲリラ軍はバグとして考える。式(6)と式(7)を表した図1からバグxは時間の経過とともに減少する傾向が見られ、作り手であるyは徐々に完成度を

高めて行く傾向となって行く。さらにこのyとxの差をとり、且つyが負の時は値をゼロにしてグラフ化するとウォーターフォールモデルを用いたモノ作りの進捗率表現が得られる。

$$y = \sqrt{\frac{2GC_1}{c} \frac{e^{\sqrt{2cGC_1}(t+C_2)} - 1}{e^{\sqrt{2cGC_1}(t+C_2)} + 1}} \quad (6)$$

$$x = e^{C_3} \left( \frac{1}{e^{\sqrt{\frac{cGC_1}{2}(t+C_2)}} + e^{-\sqrt{\frac{cGC_1}{2}(t+C_2)}}} \right)^{\sqrt{2cGC_1}} \quad (7)$$

式(2)は式(1)と同様に単純化を施し、 $f(t) = 0$ 、 $g(t) = 0$ とおいて式(8)を解く( $C_1$ 、 $C_2$ は積分定数)。式(9)、式(10)はそれぞれゲリラ軍とゲリラ軍の戦闘における解になり、これらの式でバグは悪意のある行動をするゲリラ軍xに相当するものと見なし、作り手は早期の段階で成果物を生み出すような反復作業を得意とするゲリラ軍yと見なす考え方でアジャイルプロセスにおける開発の進捗率を表す。図2に示すグラフ化の際

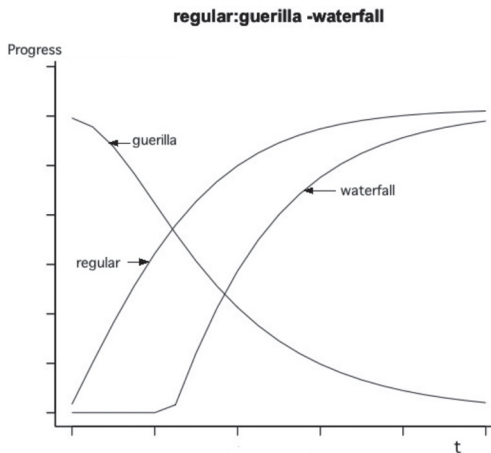


図1 ウォータフォールの仕組み

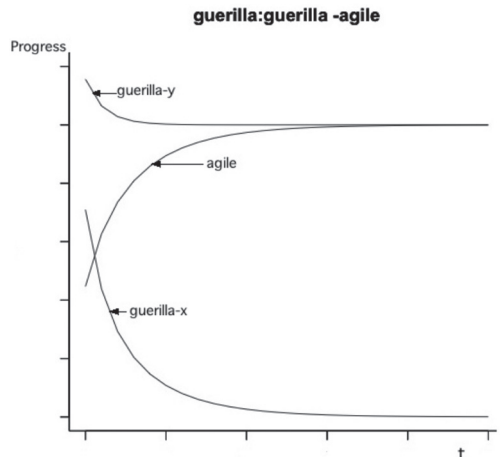


図2 アジャイルプロセスの仕組み

にはゲリラ軍  $x$  の絶対値をとりゲリラ軍同士の戦闘の差異が表現できるように加工する。アジャイルプロセスの進捗率は  $y$  と  $|x|$  の差をとって表現する。アジャイルプロセスは開発当初から何らかの進捗が得られ、 $t$  日目の早い段階でグラフ上フラットになり開発の完成を見る事が予想できる。図1のwaterfallラインと図2の agile ラインを合成するため時間軸  $t$  と進捗率 Progress のスケール調整をすると図3のように表せる<sup>3)</sup>。この図の意味する所はアジャイルプロセスの場合はウォーターフォールモデルに比べて早期に進捗率

100%になる傾向が見られることである。これは実際の経験上からの感覚と同じ結果を示していることになる。

#### 4. プロセスモデルとコストの評価

図3よりウォーターフォールモデルとアジャイルプロセスの進捗率からシステム完成の工期を推測すると、アジャイルプロセスはウォーターフォールモデルの1/3から1/2ほどの工期短縮で完成するのがわかる。この工期の差は、当然費用に絡んでくるため、以下のようなIT投資のコスト管理が考えられる。

##### 4.1 キャッシュフローの視点

アジャイルプロセスの工期を  $T$  とすると、ウォーターフォールモデルの工期  $t$  は  $t=2T$  から  $t=3T$  の範囲になる。さらに工期は費用つまりコストに比例してくるため、これによりもしウォーターフォールモデルで100の投資をした場合には、アジャイルプロセスでは  $0.5t$  と  $0.333t$  の平均  $0.4165t$  ( $\approx 0.4t$ ) をとり40の投資とみなすことができる。このためプロセスモデルとコスト（システム開発の開発費用あるいはシステム維持のための保守費用）の関係は図4に示すようなキャッシュフローの視点<sup>4)</sup>を用いて表現することができる。縦軸のマイナス側を占めるキャッシュアウトフロー（cash outflow）には開発費用と保守費用を、縦軸のプラス側を占めるキャッシュインフロー（cash inflow）には営業効果を、ネットキャッシュフロー（net cash flow）としては0年、1年～5年のキャッシュフローを各々割り当てる。図4に示す4タイプの表現はネットキャッシュフローが単調増加（inc）の形状となるか、単調減少（dec）の形状となるか、ルート（sqrt）の形状となるか、定数（const）の形状となるかで分けている。

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -cxy \\ \frac{dy}{dt} &= -dxy \end{aligned} \quad (8)$$

$$y = C_1 \left( \frac{1}{e^{\frac{cC_1 t - cC_1 C_2}{d}} - 1} + 1 \right) \quad (9)$$

$$x = \frac{cC_1}{d} \frac{1}{e^{\frac{cC_1 t - cC_1 C_2}{d}} - 1} \quad (10)$$

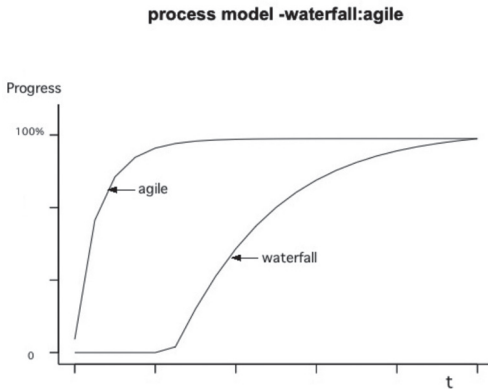


図3 プロセスモデルの比較

incは徐々に利益を得る状況のケース、sqrtは長期投資向けのケース、decは短期投資向けのケース、constはトライアル投資のケースに該当する。ディスカウントレートを10%としたNPVを求めるとincはNPV=31.5、decはNPV=75.4、sqrtはNPV=113.7、constはNPV=51.6となり、注目すべきネットキャッシュフローの形状はdecとsqrtになる。しかし実際の投資案件を評価するときには、早期の投資回収の実現が求められたり、あるいは運用年数が経過するればするほどシステムも技術も陳腐化をきたしてくるため、この状況ではdecの形状というものが現状を反映した形になるものと考えられる。

どのプロセスモデルを使えばよいかはシステム開発を開始する前には決定しておかなければならない事項である。この視点で図4を見るとdecのタイプで40の投資とした場合はNPV=135.4になり、アジャイルプロセスはウォーターフォールモデルより有利な結論が得られる。

#### 4.2 ROIの視点

図5には、4タイプのinc、dec、sqrt、constにおける $\Sigma$ （キャッシュインフロー）- $\Sigma$ （キャッシュアウトフロー）を $\Sigma$ （キャッシュアウトフロー）で割る計算を0年目、1年目、2年目、3年目、4年目、5年目で締めた各期間毎に実施しグラフが示されている。この計算で得られた値は縦軸にプロットしてい

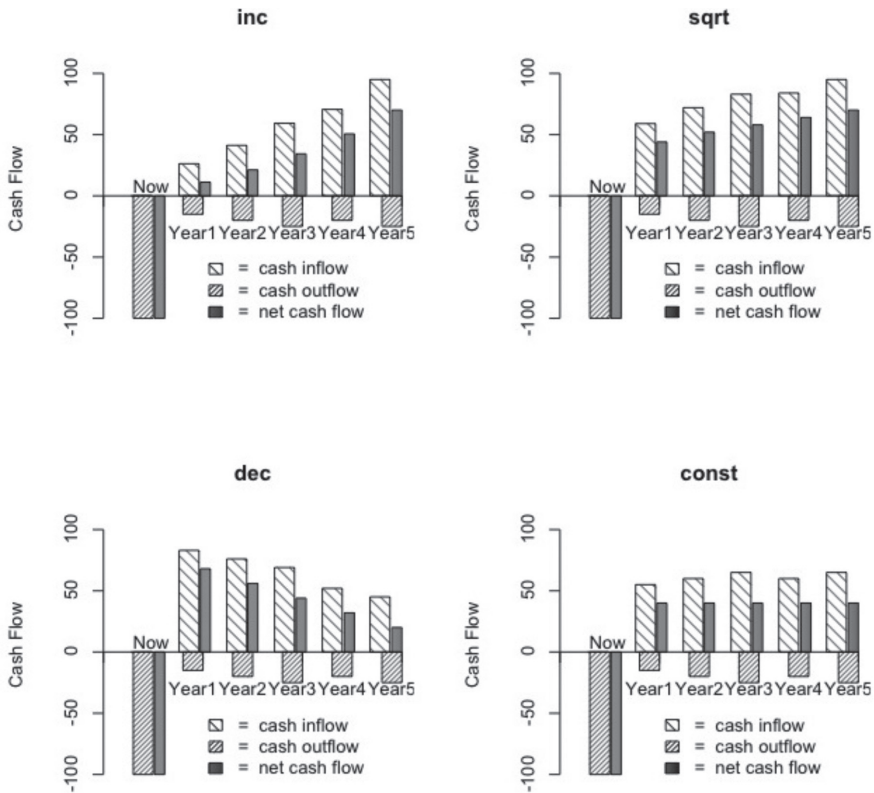


図4 4タイプのキャッシュフロー

るが、投資収益率 (ROI:Return on Investment) に相当する値の%表現はしないで小数値だけの表現にしている。各期間ごとのROIは、投資金額に対する収益の比率を示し、4タイプの内どのプロジェクトが最も高い収益を上げるのか等の指標になる。ここでもdecとsqrtが投資金額に対してどのようなROIの傾向が高い収益となるかを考える上で検討の対象になる。予想外の保守費用の増加がキャッシュフローに影響を及ぼすことが考えられるものの中でもシステムの運用開始後年々収益が高くなるという傾向はまれであり、一般的には運用開始の早期から高い収益が得られ次第に減少していく傾向となることが考えられるためdecの形状というものが現状を反映したROIになるものと考えられる。しかも100、70、40、30からなる4種類の投資金額の中から短期的なROIでは高い収益率があるかどうか、長期的なROIでは収益率の減少度合いが

できる限り少ないかどうかで見ると、この傾向は図4で得られた結論と同じ40の投資がよいということになる。

### 5. 利潤の特性

利潤  $\pi$  は収入 (revenue) - 費用 (cost) であるため、利潤関数 (profit function) としては式 (11) <sup>5)</sup> のように表せる。右辺の各項はそれぞれコブ-ダグラス生産関数 (但し、Lは労働、Kは資本)、変動費用 (但し、wは賃金、Lは労働)、固定費用 (但し、Fは固定) である。尚、pは生産物価格 (以後、価格という)、 $a$  と  $\beta$  は  $a + \beta \leq 1$  の関係を持つパラメータとする。

$$\pi = pL^{\alpha}K^{\beta} - wL - F \quad (11)$$

次に利潤最大化条件を使い、式 (12) のように  $\pi$  を L で微分してゼロとおきLを求める。式 (13) のLを式 (11) に代入して式 (14) を

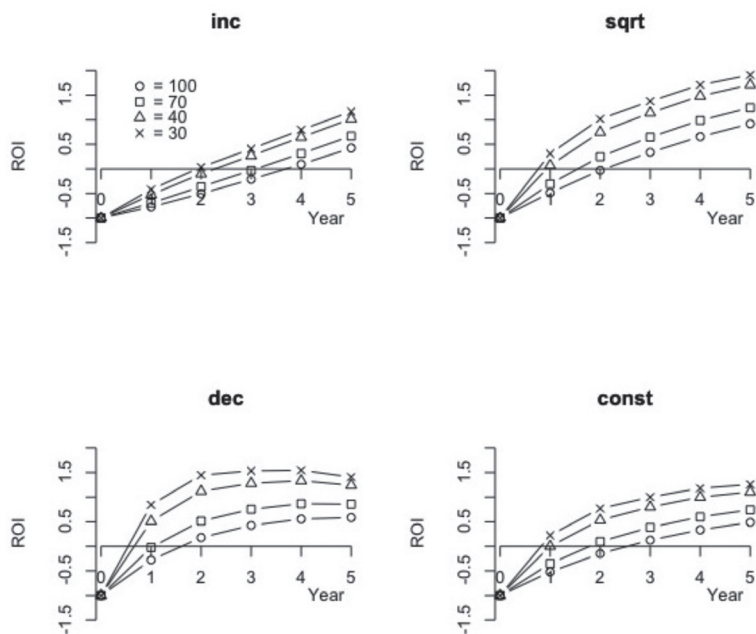


図5 4タイプのROIフロー (100,70,40,30の投資)



得る。ここで  $\phi$  と  $\gamma$  をそれぞれ式 (15) のように置き式 (16) の形を得る。

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = p\alpha L^{\alpha-1} K^\beta - w = 0 \quad (12)$$

$$L = \left( \frac{w}{p\alpha K^\beta} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}} \quad (13)$$

$$\pi = \left( \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} \right) w^{\frac{-\alpha}{1-\alpha}} p^{\frac{1}{1-\alpha}} K^{\frac{\beta}{1-\alpha}} - F \quad (14)$$

$$\phi(w, \alpha) = \left( \alpha^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - \alpha^{\frac{1}{1-\alpha}} \right) w^{\frac{-\alpha}{1-\alpha}}, \gamma = \frac{1}{1-\alpha} \quad (15)$$

$$\pi(p, t) = \phi(w, \alpha) p^\gamma K^{\beta\gamma} - F \quad (16)$$

事前の準備として式 (17) のように  $\pi$  を  $p$  で1階の偏微分、2階の偏微分を施し、 $\pi$  を  $t$  で1階の偏微分をしておく。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi}{\partial p} &= \gamma \phi(w, \alpha) p^{\gamma-1} K^{\beta\gamma} \\ \frac{\partial^2 \pi}{\partial p^2} &= \gamma(\gamma-1) \phi(w, \alpha) p^{\gamma-2} K^{\beta\gamma} \\ \frac{\partial \pi}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

さらに価格  $p$  は、伊藤過程の式 (18) の確率微分方程式に従っているものとする。

$$dp = \mu p dt + \sigma p dW \quad (18)$$

ここで伊藤のレナマを用いて式 (19) の  $\pi(p, t)$  の微分を導く。但し、表記上は単に  $\pi$ 、

$\phi$  と置く。

$$d\pi = \left( \frac{\partial \pi}{\partial p} \mu p + \frac{\partial \pi}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \pi}{\partial p^2} \sigma^2 p^2 \right) dt + \frac{\partial \pi}{\partial p} \sigma p dW \quad (19)$$

式 (19) へ式 (17) を代入して整理すると式 (20) が得られる。

$$d\pi = \phi p^\gamma K^{\beta\gamma} \left[ \left\{ \mu\gamma + \frac{1}{2} \gamma(\gamma-1) \sigma^2 \right\} dt + \sigma\gamma dW \right] \quad (20)$$

式 (20) を式 (11) で割ると  $\phi p^\gamma K^{\beta\gamma} \gg F$  の条件のもとでは式 (21) を得ることができる。

$$\frac{d\pi}{\pi} \cong \left\{ \mu\gamma + \frac{1}{2} \gamma(\gamma-1) \sigma^2 \right\} dt + \sigma\gamma dW \quad (21)$$

$\gamma = 1$  の近傍では以下の関係の式 (22) が成り立つ。

$$\frac{d\pi}{\pi} = \frac{dp}{p} \quad (22)$$

$$\frac{d\pi}{\pi} \bigg/ \frac{dp}{p} = 1 \quad (23)$$

この式は利潤の変化率は価格の変化率に等しいことを意味し、式 (23) のように表すと利潤の価格弾力性として扱うことができる。価格の変化率はモノ作りにおけるプロセスモデルの選定に関わるし、IT投資の開発費用の影響を受ける。利潤の変化率の式 (22) は式の形から  $d\pi/\pi$  や  $dp/p$  の時系列における変化量として捉えることができる。

### 5.1 ブラウン運動に従う動き

式 (21) は傾き  $\{\mu\gamma + 1/2\gamma(\gamma-1)\sigma^2\}$  の直線と  $\sigma\gamma$  の係数を持つブラウン運動に従

う時系列の合成とみなせる。いまここであるブラウン運動（あるいはウィーナー過程という）を図6に示す。このブラウン運動に $\sigma=1$ 、 $\mu=0.5$ 、 $\gamma=1$ の条件下、傾きを0.5とした直線を合成すると図7のようなグラフになる。このことにより $d\pi/\pi$ の動きは伊藤過程（Ito process）となり、 $dp/p$ も同様の動きが考えられ、傾きが正の場合は右上がりの傾向が保証されることになる。つまり利潤や価格というものは時系列で見ると上下の変動はあるもののプラスの傾きでドリフトしていく性質があるということになる。但し、時間 $[0,$

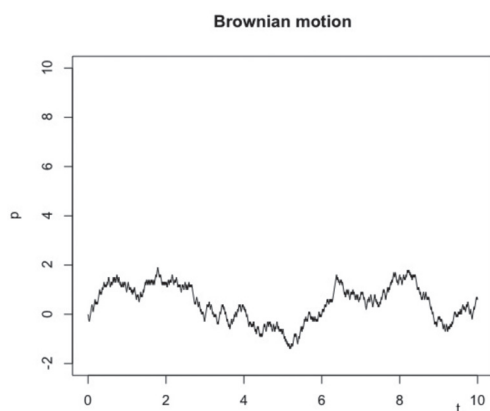


図6 ブラウン運動に従う時系列

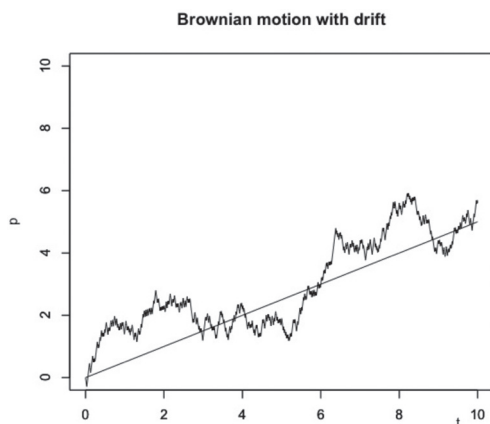


図7 伊藤過程の動き

$t]$ を限定すると仮定したときに適用される。このことからモノ作りを行うときはコスト増加の傾向に注意をしておく必要がある。このほかのブラウン運動の活用については5.3の所で取り上げる。ブラウン運動そのものは1828年英国の植物学者ブラウン（Robert Brown）の発見にまでさかのぼるが、現在では確率論や物理学の自然科学分野からファイナンスの分野に至るまで重要な役割を担っている。特に金融市場の価格変動分野では1900年バachelier（Louis Bachelier）による「Theorie de la speculation」という先駆的な論文に裏付けされた考えをもとにファイナンスの応用が見出され、1973年にはブラック・ショールズモデルに関する論文が発表されている。

## 5.2 コスト増加の動き

ソフトウェア開発のコスト要因は、バグ修復に關係するコストやコーディングに關係するコストからドキュメント作成に關係するコスト、プロジェクト管理に關係するコスト等で把握される。このとき見積り判断を見誤る個所にデバッグやテストの工程をあげることができる。ソフトウェア開発では、開発工程のどの工程に日数がどの位割かれているのかなどを把握する必要がある。経験的にはプログラミングに該当するコーディングの個所、テストの個所が多くを要するのがわかっている。これらの工程をいかに正しく管理できるかでプロジェクトのスケジュール遅れを対策することができる。Joseph Raynus 著<sup>6)</sup>を参考に工数配分の構成を図8のようなグラフで表現してみる。

計画した工数 (plan) と実績の工数 (actual) との関係を横軸にプロセス (分析工程、設計工程、実装工程、テスト工程)、縦軸に日数

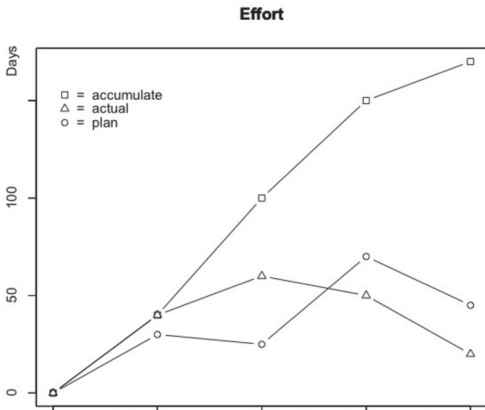


図8 工数配分の構成

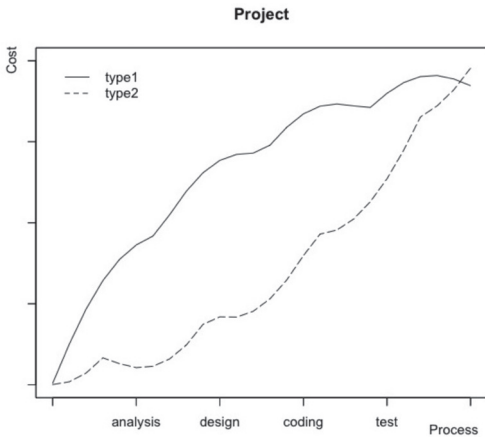


図9 コスト増加の形状

を割り当ててプロットすると図8のようになる。計画面では設計工程を少なく見積もりコーディングやテスト工程に多めの見積りをする傾向がある。実績面では設計工程やコーディングの絡む実装工程に日数が割かれている。当初と異なるユーザ要求やバグ対策等により日数も増加していく。これらの傾向を実績日数の累積 (accumulate) で考えると工数と比例関係にあるものとしてコストを考えた場合、コストはルート (sqrt) のイメージになり、どのようなコスト増加の形状が望まし

いかは一つの検討課題になる。図9には二種類のコスト増加の形状を示している。type 1はsin関数の全波整流波をフーリエ級数に展開して求めたものに $y=4 \{1-\exp(-0.1t)\}$ を合成したものである。type 2は $(1/32) x^2$ 関数の繰り返し波形をフーリエ級数に展開して求めたものに $y=x^2/160$ を合成したものである。システム開発に伴うコストというのはブラウン運動の所で見たように増加の傾向が現れるためどこかの工程でコスト増加が止まる傾向の動きが望ましいものとなる。type 1はエントロピーで見てもtype 2より低くなる傾向になる。そのためtype 1とtype 2ではtype 1の形状の方がコスト管理的には必要とされる。つまりコスト管理は常に横軸に対して凹になる逓減の波形を保ちながら各工程を進めて行くことが求められるということになる。

### 5.3 ブラック・ショールズ式的应用

式 (18) の  $p$  を株式の株価  $S$  とし、株価  $S$  が伊藤過程に従うものとするとき式 (24) <sup>7)</sup> になる。但し、 $\mu$  は期待収益率、 $\sigma$  はボラティリティ、 $S(t)$ 、 $W(t)$  の  $t$  の表記は省略するものとする。

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW \quad (24)$$

オプションを1単位購入し、株式を $\Delta$ 単位売った場合のポートフォリオの価値 $\Pi$ は、式 (25) になる。以後、 $f(S, t)$  は単に  $f$  と表記して行くことにする。

$$\Pi = f(S, t) - \Delta S \quad (25)$$

時間  $t$  から  $t+dt$  の経過の中でポートフォリオの価値の変化は式 (26) になる。伊藤のレンマを用いて  $df$  を導く。さらに  $\Delta t$  時間では式 (26) は式 (28) の形になり、式 (27) は式 (29) の形になる。

$$d\Pi = df - \Delta dS \quad (26)$$

$$df = \left( \frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S dW \quad (27)$$

$$d\Pi = \Delta f - \Delta dS \quad (28)$$

$$\Delta f = \left( \frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta W \quad (29)$$

式 (24) の両辺に  $\partial f / \partial S$  をかけて式 (30) を得る。ここで式 (28) へ式 (29) を代入し、さらに式 (30) を使い  $d\Pi$  を式 (31) のように求める。

$$\frac{\partial f}{\partial S} \Delta S = \frac{\partial f}{\partial S} \mu S \Delta t + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S \Delta W \quad (30)$$

$$d\Pi = \left( \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t + \frac{\partial f}{\partial S} \Delta S - \Delta dS \quad (31)$$

式 (31) のリスク項は  $\Delta t \rightarrow 0$  とするとき  $\Delta S \rightarrow dS$  として扱い、式 (32) から式 (33) を得る。

$$\frac{\partial f}{\partial S} \Delta S - \Delta dS = 0 \quad (32)$$

$$\Delta = \frac{\partial f}{\partial S} \quad (33)$$

時間  $\Delta t$  における  $\Pi$  の変化は利子率  $r$  を掛けた  $\Pi r$  に等しいものとして式 (34) とおける。式 (34) の右辺に式 (25)、左辺に式 (31) のリスク項をゼロにしたものを代入して式 (35) を求める。さらに式 (33) を使い式 (36) を導く。

$$d\Pi = \Pi r \Delta t \quad (34)$$

$$\left( \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t = (f - \Delta S) r \Delta t \quad (35)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 = rf - r \frac{\partial f}{\partial S} S \quad (36)$$

式 (36) を左辺に  $rf$  でまとめ直すと式 (37) の式が得られる。この式がブラック・ショールズの偏微分方程式になる。

$$rf = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 + r \frac{\partial f}{\partial S} S \quad (37)$$

式 (37) を解きその解をコールオプションの公式で示すと式 (38) <sup>7)</sup> のようになる。但し、 $d_1$ 、 $d_2$  は式 (39) で定義し、各パラメータの意味は下記に示す。

$$C(S, t) = SN(d_1) - Xe^{-r(T-t)} N(d_2) \quad (38)$$

$$d_1 = \frac{\log(S/X) + (r + \sigma^2/2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \quad (39)$$

- S 株価
- X 権利行使価格
- $\sigma$  ボラティリティ
- r リスクフリーレート
- $\tau$  オプションの期間 (T-t)
- N 標準正規分布の累積密度関数

投資判断には規模にもよるが業務効率化を推進する投資にしる、事業拡大を実現する投資にしる、先行投資にしる、リスクを把握しながらリターンを最大にするような機会を伺う必要がある。IT投資の絡むシステム開発に

関しても初期費用や運用費用がどの位かかるかを十分に検討する必要がある。今ではIT投資マネジメントとして管理されている。このような状況でも何が起るかわからない不確実性下で何かを判断する時には金融オプションの考え方を応用したリアルオプション (Real Option) の取り扱いが考えられる。リアルオプションは、金融資産に対して実際の実物資産を対象にするために呼ばれる呼称であり、コールオプションはブラック・ショールズモデルから導いてオプション価値を求めるが、リアルオプションでも表1<sup>8)</sup>に示すような対応を考慮しているいろいろなオプションを求めることができる。ここでは例えば、段階オプションや学習オプション<sup>9)</sup>などのオプションをプロジェクト投資において投資判断に活用する。

表1 コールオプションとリアルオプションの対応

コールオプション	リアルオプション
株価	投資資産の現在価値
権利行使価格	プロジェクトに要する投資コスト
株価の変動性	プロジェクトの不確実性
満期	意思決定を延長できる期間

### 5.3.1 ケーススタディ1 (システム投資事例)

システム開発の投資プロジェクトはIT投資の視点からリスク対策等を考慮してトライアル投資フェーズを経てから本格投資フェーズを実施することがよくある。このようにプロジェクトを段階的に進めて行くIT投資のやり方は段階オプション (Time to Built Option) に該当するものとみなせる。株式のコールオプションとリアルオプションの対応は株価に関しては投資資産の現在価値、権利行使価格に関しては投資に要するコスト、満期に関しては意思決定を延期できるまでの期間、株価

の変動性に関してはプロジェクトの不確実性で考える。さらにオプションの種類はコールオプションを扱うケースとする。

トライアル投資フェーズでは0年目には50の投資、1年目から9年目までを10のネットキャッシュフロー、本格投資フェーズでは0年目から2年目まで0の投資、3年目に150の投資、4年目に22、5年目に25.8、6年目に29.1、7年目に32.1、8年目に34.8、9年目37.3のネットキャッシュフローを考える。トライアル投資フェーズのNPVは7.59となり、本格投資フェーズのNPVは-16.69となる。但し、ディスカウントレートは10%で設定し、IT関連開発システムの場合、事業のライフサイクルが短いため残存価値の計算は省略するものとする。このような例でオプション価値の値をブラック・ショールズモデルに適用して計算する。オプション価値は21.92となり、この値にトライアル投資フェーズで計算したNPVを加算すると事業価値の29.51が得られる。このシステム投資の案件はまずトライアル投資を行い、3年後に本格投資を実施すればよいということがわかる。

表2 システム投資案件にかかるオプション価値計算のパラメータ

S	ITシステム事業の現在価値	96
X	システム開発コスト	150
$\sigma$	ボラティリティ	50%
r	リスクフリーレート	3.5%
$\tau$	意思決定を延期できる期間	3年

### 5.3.2 ケーススタディ2 (プロセスモデル事例)

どのようなプロセスモデルがシステム開発に相応しい成果をもたらすか、あるいは望ましいモデルであるか等を調べるためにリアルオプションの考え方を適用する。プロセスモデルの初期段階から終了段階に至る期間の長

さや開発過程の価値の大小等をブラック・ショールズモデルのパラメータとして入力し、オプション価値の計算をする。このとき残存価値は開発期間が終了する段階で事業価値に占める割合はないものとして取り扱う。

開発工程は計画/管理をはじめ分析、設計(概要設計、詳細設計)、実装、テストの5段階を期間の長さに対応させ、かつ各工程が持つ価値の重みを進捗率に対応させて考える。価値は便益(Benefits)とコストの差であり、ウォーターフォールモデルではその差が小から徐々に大きくなっていき、アジャイルプロセスではその差が大から徐々に小さくなっていく傾向がある。そのためウォーターフォールモ

デルは100の投資に引き続きinc(11.2、21.2、34.3、50.6、70)のネットキャッシュフローの値を用いる。ディスカウントレートを10%に設定した場合、NPVは31.5となる。表3の値をブラック・ショールズモデルに適用して計算するとオプション価値は0.117となる。アジャイルプロセスは100の投資に引き続きdec(68、56、44、32、20)のネットキャッシュフローの値を用いる。ディスカウントレートを10%に設定した場合、NPVは75.4となる。表4の値をブラック・ショールズモデルに適用して計算するとオプション価値は36.08となる。アジャイルプロセスの方がウォーターフォールモデルよりオプション価値が高いの

表3 ウォーターフォールモデル向けオプション価値計算のパラメータ

S	ITシステム事業の現在価値	31.5
X	システム開発コスト	100
$\sigma$	ボラティリティ	50%
r	リスクフリーレート	3.5%
$\tau$	成果を延期できる期間	1年

表4 アジャイルプロセス向けオプション価値計算のパラメータ

S	ITシステム事業の現在価値	75.4
X	システム開発コスト	40
$\sigma$	ボラティリティ	50%
r	リスクフリーレート	3.5%
$\tau$	成果を延期できる期間	0.4年

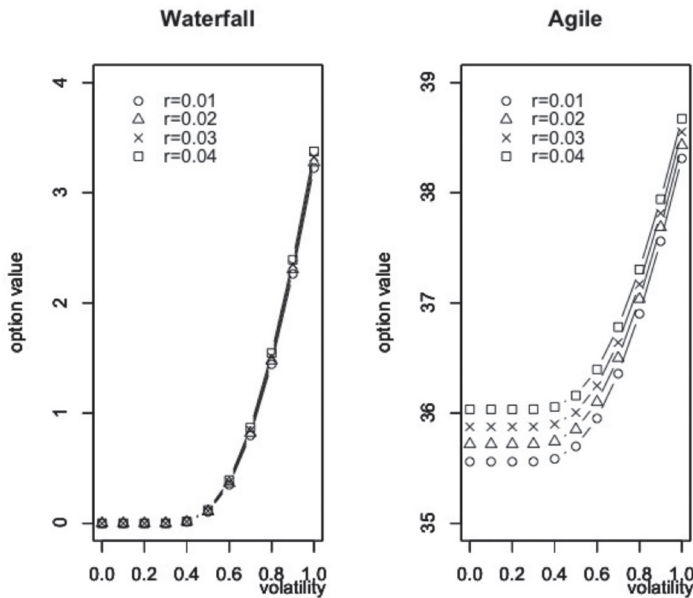


図10 ボラティリティとオプション価値の関係

がわかる。リアルオプションの活用はオプション価値を定量的に把握することができるためどのようなプロセスモデルがよいか等、採否を伴うシナリオプランニングに用いることができる。オプション価値の傾向はリスクフリーレートを多少変動させたとしても図10に見られる右上がりのグラフで表現される。

## 6. おわりに

今回ソフトウェア経済学なる領域を提示し、なかでもプロセスモデルとコストの関係について取り上げた。まずプロセスモデルの持つ特徴についてランチェスター法則を用いることで解明し、ウォータフォールモデルとアジャイルプロセスのグラフ化をしている。これらのプロセスモデルに開発費用と保守費用を考慮した投資をキャッシュフローの視点で把握して4タイプのNPVを求める。ここからdecタイプがよいのではという結論を得る。さらにコブ-ダグラス生産関数を含む利潤関数に伊藤過程を導入することで利潤の特性にブラウン運動が関与していることがわかる。ここでの考え方を発展させてブラック・ショールズモデルを導き、さらにリアルオプションでシステム開発の投資やプロセスモデルの採否の意思決定というものに応用する。オプション価値の視点でプロセスモデルを考えるとincタイプのウォータフォールモデルよりdecタイプの様相を持つアジャイルプロセスが優勢に立つ。つまり、不確定性の要素を多く持つアジャイルプロセスではあるが投資回収を短期に行える利点というものが優位となる。以上、モノ作りのシステム開発の分野に経済分野のノウハウを応用しながらプロセスモデルとコストの関係をソフトウェア経済学の一部として導いている。

## 参考文献

- 1) Barry W. Boehm, and Kevin J. Sullivan, Software Economics: A Roadmap, ICSE '00 Proceedings of the Conference on The Future of Software Engineering, pp.319-343, 2000
- 2) Martin Braun, Differential Equations and Their Applications - Fourth Edition, Springer - Verlag, pp.179-181, 1993. (一樂重雄他訳『微分方程式 下 その数学と応用』, シュプリンガー・フェアラーク東京, 2001)
- 3) Walker Royce, Improving Software Economics, IBM Corporation Software Group, 2009
- 4) Marty J. Schmidt, Return on Unvestment (ROI) defined and calculated, with examples, usage, and comparison to other financial metrics, Solution Matrix Ltd, 2012
- 5) David S. Shyu, Kuo-Jung Lee, Real options pricing for the timing of IT investments under uncertainty, p363, 2004
- 6) Joseph Raynus, Software Process Improvement with CMM, Addison-Wesley, 1995. (富野壽監訳『CMMによるプロセス改善入門』, 構造計画研究所, p142, 2001)
- 7) 糞谷千風彦, 『よくわかるブラック・ショールズモデル』, 東洋経済新報社, p204, p268, 2000
- 8) 刈屋武昭監修・山本大輔, 『入門 リアル・オプション』, 東洋経済新報社, p101, 2001
- 9) 川口有一郎, 『リアルオプションの思考と技術』, ダイアモンド社, p61, 2004